Potenciação

Introdução

Você pode dizer quantas estrelas possuem no nosso Universo observável? E quantos fios de cabelo possui uma cabeça humana?

50 bilhões de trilhões de estrelas

170 mil fios de cabelo

Como podemos representar “em números” este valor? Este tipo de registro é chamado de *notação científica.* A notação cientifica é o produto de dois fatores em que um deles é potência de 10 com expoente inteiro e o outro fator é um número maior ou igual a 1 e menor que 10.

No caso do número de estrelas do nosso Universo observável, temos 50 bilhões de trilhões de estrelas. Em notação cientifica, representamos por 5×10^{22} estrelas.

E os fios de cabelo da cabeça humana? Em torno de 170 mil fios. Em notação científica, representamos por $1{,}7 \times 10^{5}$ fios de cabelo.

Para escrever um número em notação científica, é necessário conhecer o significado e as propriedades da potência.

Definição

Potência é a multiplicação de fatores iguais.

Chama-se *base* o fator que se repete e de *expoente* o número de vezes pelo qual o fator se multiplica.

Assim, $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7 = 128$. Denominamos 2^7 com a sétima *potência de 2* ou *2 elevado na 7.*

expoente

$$\boxed{a^n = x}$$

potência

base

Propriedades da potência

P_1 $\rightarrow a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,.\, \ldots \,.a}_{\text{n vezes}}$

P_2 $\rightarrow a^1 = a$
P_3 $\rightarrow a^0 = 1$, com $a \neq 0$

P_4 $\rightarrow 1^n = 1$

P_5 $\rightarrow a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, com $a \neq 0$

P_6 $\rightarrow a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$

P_7 $\rightarrow \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, com $a \neq 0$

P_8 $\rightarrow (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

P_9 $\rightarrow (a \,.\, b)^n = a^n \,.\, b^n$

P_{10} $\rightarrow \left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, com $b \neq 0$

P_{11} $\rightarrow a^n \begin{cases} \text{n é par} \rightarrow \text{potência positiva} \\ \text{n é ímpar} \rightarrow \text{potência leva o sinal da base} \end{cases}$

CUIDADO

$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$
$(-2)^2 \neq -2^2$. Veja que $(-2)^2 = 4$ e $-2^2 = -4$
$(3^2)^3 \neq 3^{2^3}$. Veja que $(3^2)^3 = 3^6$ e $3^{2^3} = 3^8$

Exemplos:

1. Calcular o valor das expressões.

a) $(-1-3)^2 : (-2)^3 + (-4)^0$

Calculando, temos: $(-1-3)^2 : (-2)^3 + (-4)^0 = (-4)^2 : -8 + 1 = 16 : -8 + 1 = -2 + 1 = -1$

b) $\dfrac{4^2 - 2^0 + (-1)^2}{2^3 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}}$

Calculando, temos: $\dfrac{4^2 - 2^0 + (-1)^2}{2^3 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}} = \dfrac{16 - 1 + 1}{8 + 2^2} = \dfrac{16}{8 + 4} = \dfrac{16}{12} = \dfrac{4}{3}$

c) $\dfrac{-2^2 - (-5)^0}{-2^{-2}}$

Calculando, temos: $\dfrac{-2^2 - (-5)^0}{-2^{-2}} = \dfrac{-4 - 1}{-\dfrac{1}{2^2}} = \dfrac{-5}{-\dfrac{1}{4}} = -5.(-4) = 20$

d) $\dfrac{(-2)^0.[-(-2)^3].5}{(-3)^{-1}.[-(-5)^{-2}]}$

Calculando, temos: $\dfrac{(-2)^0.[-(-2)^3].5}{(-3)^{-1}.[-(-5)^{-2}]} = \dfrac{1.[-(-8)].5}{-\dfrac{1}{3}.\left[-\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2\right]} = \dfrac{40}{-\dfrac{1}{3}.\left[-\dfrac{1}{25}\right]} = \dfrac{40}{\dfrac{1}{75}} = 40.75 = 3000$

2. Se $a = 5^0 - 2^{-2}$, $b = \left(1 - \dfrac{1}{2}\right)^{-1}$ e $c = 12^0 - 3$, então qual o valor de $\left(\dfrac{ab}{c}\right)^c$?

Calculando, temos:

$a = 5^0 - 2^{-2} = 1 - \dfrac{1}{2^2} = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{4 - 1}{4} = \dfrac{3}{4}$

$b = \left(1 - \dfrac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\dfrac{2 - 1}{2}\right)^{-1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

$c = 12^0 - 3 = 1 - 3 = -2$

Substituindo em $\left(\dfrac{ab}{c}\right)^c$, temos:

$$\left(\dfrac{\dfrac{3}{4}.2}{-2}\right)^{-2} = \left(\dfrac{\dfrac{3}{2}}{-2}\right)^{-2} = \left(-\dfrac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{4^2}{3^2} = \dfrac{16}{9}$$

3. Se *a* e *b* são diferentes de zero, simplificar $\dfrac{(a^3.b^{-2})^{-2}}{(a^{-4}.b^3)^3}$.

Simplificando:

$$\frac{(a^3.b^{-2})^{-2}}{(a^{-4}.b^3)^3}=\frac{a^{3.(-2)}.b^{(-2).(-2)}}{a^{(-4).3}.b^{3.3}}=\frac{a^{-6}.b^4}{a^{-12}.b^9}=a^{(-6)-(-12)}.b^{4-9}=a^6.b^{-5}=\frac{a^6}{b^5}$$