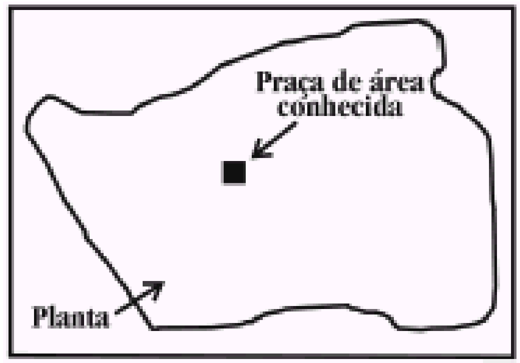
ENEM - 2001

01. Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100 m x 100m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08g. Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados, é de, aproximadamente,

a) 800.
b) 10000.
c) 320000.
d) 400000.
e) 5000000.

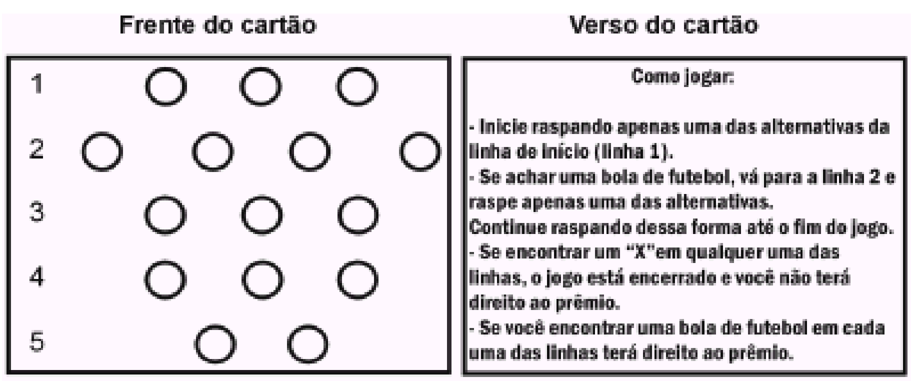


Resolução

A praça é quadrada, com dimensões de 100 metros de lado. Logo, área é:
$A = 100.100 = 10000\ m^2$
Usando uma regra de três simples e direta temos:
10.000 m² ---------- 0,08 g
x ------------------- 40 g

$$\frac{10000}{x} = \frac{0,08}{40} \rightarrow 0,08.x = 10000.40 \rightarrow x = \frac{10000.40}{0,08} = 5000000\ m^2$$

02. Uma empresa de alimentos imprimiu em suas embalagens um cartão de apostas do seguinte tipo:



Cada cartão de apostas possui 7 figuras de bolas de futebol e 8 sinais de "X" distribuídos entre os 15 espaços possíveis, de tal forma que a probabilidade de um cliente ganhar o prêmio nunca seja igual a zero. Em determinado cartão existem duas bolas na linha 4 e duas bolas na linha 5. Com esse cartão, a probabilidade de o cliente ganhar o prêmio é

a) 1/27.
b) 1/36.
c) 1/54.
d) 1/72.
e) 1/108.

Resolução

A probabilidade do cliente ganhar o prêmio nunca é igual a zero. Desta forma, é necessário que exista pelo menos uma bola em cada uma das cinco linhas.

Na situação apresentada, o cartão deve possuir 2 bolas na linha 4 e também 2 na linha 5. Assim, cada uma das 3 bolas restantes deve estar nas linhas 1, 2 ou 3.

O produto das probabilidades de cada linha representa a probabilidade de acerto para este tipo de cartão.

Assim sendo:

1ª linha $\rightarrow$ 3 espaços disponíveis e 1 bola $\rightarrow$ $P_1 = \frac{1}{3}$

2ª linha $\rightarrow$ 4 espaços disponíveis e 1 bola $\rightarrow$ $P_2 = \frac{1}{4}$

3ª linha $\rightarrow$ 3 espaços disponíveis e 1 bola $\rightarrow$ $P_3 = \frac{1}{3}$

4ª linha $\rightarrow$ 3 espaços disponíveis e 2 bola $\rightarrow$ $P_4 = \frac{2}{3}$

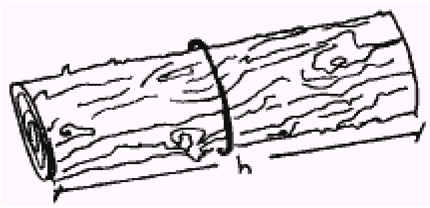
5ª linha $\rightarrow$ 2 espaços disponíveis e 2 bola $\rightarrow$ $P_5 = \frac{2}{2}$

Portanto, a probabilidade será $P = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{2} = \frac{1}{54}$.

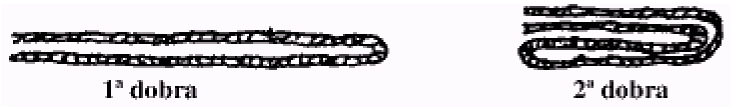
---

03. Em muitas regiões do Estado do Amazonas, o volume de madeira de uma árvore cortada é avaliado de acordo com uma prática dessas regiões:

I - Dá-se uma volta completa em torno do tronco com um barbante.



II - O barbante é dobrado duas vezes pela ponta e, em seguida, seu comprimento é medido com fita métrica.



III - O valor obtido com essa medida é multiplicado por ele mesmo e depois multiplicado pelo comprimento do tronco. Esse é o volume estimado de madeira.

Outra estimativa pode ser obtida pelo cálculo formal do volume do tronco, considerando-o um cilindro perfeito.

A diferença entre essas medidas é praticamente equivalente às perdas de madeira no processo de corte para comercialização.

Pode-se afirmar que essas perdas são da ordem de

a) 30%
b) 22%
c) 15%
d) 12%
e) 5%

Resolução

→ Volume estimado do tronco de madeira:

$$V = \left(\frac{1}{4}C\right).\left(\frac{1}{4}C\right).h = \frac{1}{16}.C^2.h = \frac{C^2}{16}.h$$

Como o comprimento é igual a 2.π.R = 6,28.R, temos:

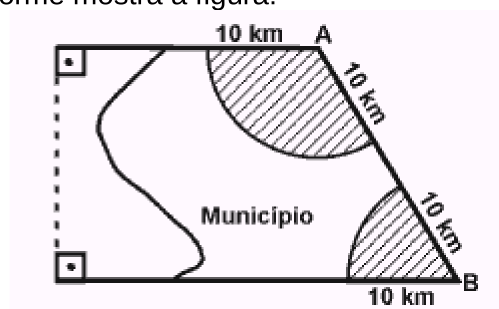
$$V = \frac{(6,28.R)^2}{16}.h = \frac{39,43.R^2}{16}.h = 2,46.R^2.h$$

→ No volume formal do cilindro, usaremos a fórmula $V = \pi.R^2.h$.
$V = \pi.R^2.h = 3,14.\ R^2.h$

A diferença entre esses volumes equivale às perdas de madeira no processo de corte para comercialização, ou seja:
$3,14.R^2.h - 2,46R^2.h = 0,68.R^2.h.$
Dividindo essa diferença pelo volume formal (correto), temos:

$$\frac{0,68.R^2.h}{3,14.R^2.h} = 0,216 \quad \text{ou} \quad \text{aproximadamente } 22\%$$

04. Um município de 628 km² é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas A e B alcançam um raio de 10 km do município, conforme mostra a figura:



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras.

Essa probabilidade é de, aproximadamente,

a) 20%
b) 25%
c) 30%
d) 35%
e) 40%

Resolução

A probabilidade de um morador se encontrar na área de alcance de uma das emissoras de rádio é dada pela soma das áreas dos dois setores circulares abrangendo as antenas A e B, dividido pela área total do município que é igual a 628 km^2.

Vamos calcular a área dos 2 setores circulares:

Sabemos que a soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é 360º. A figura mostra um trapézio retângulo com ângulos retos (90º).

Assim, a soma dos ângulos A e B é:
360º – 2.90º = 180º.

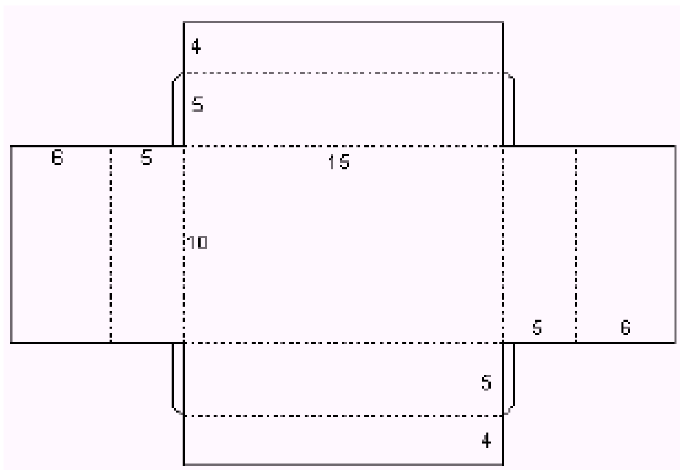
Assim sendo, podemos dizer que a área dos 2 setores circulares representa a área de um semicírculo de raio 10 km. Logo:

$$A = \frac{\pi.R^2}{2} = \frac{3{,}14.10^2}{2} = 157\ km^2$$

A probabilidade é dada por:

$$P = \frac{157}{628} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \quad ou \quad 25\%$$

05. Um fabricante de brinquedos recebeu o projeto de uma caixa que deverá conter cinco pequenos sólidos, colocados na caixa por uma abertura em sua tampa. A figura representa a planificação da caixa, com as medidas dadas em centímetros.



Os sólidos são fabricados nas formas de

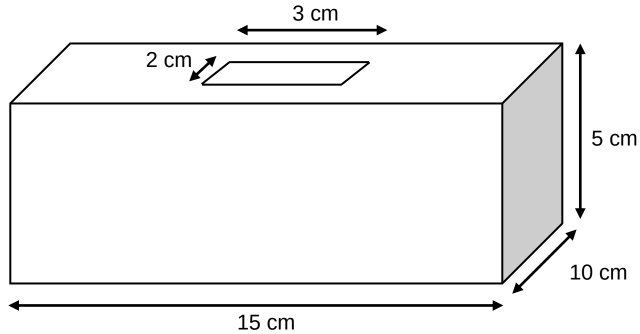
I. um cone reto de altura 1 cm e raio da base 1,5 cm.
II. um cubo de aresta 2 cm.
III. uma esfera de raio 1,5 cm.
IV. um paralelepípedo retangular reto, de dimensões 2 cm, 3 cm e 4 cm.
V. um cilindro reto de altura 3 cm e raio da base 1 cm.

O fabricante não aceitou o projeto, pois percebeu que, pela abertura dessa caixa, só poderia colocar os sólidos dos tipos

a) I, II e III.
b) I, II e V.
c) I, II, IV e V.
d) II, III, IV e V.
e) III, IV e V

Resolução

Construindo o sólido, teremos uma caixa com 5 cm de altura, com um orifício superior que terá as medidas 3 cm x 2 cm.



Analisando as alternativas, temos:

I. O cone tem diâmetro de 3 cm, com altura de 1 cm. Se colocarmos de lado, ele passa no orifício.
II. O cubo também passa pelo orifício, pois possui todas as dimensões iguais 2 cm.
III. A esfera de diâmetro igual a 3 cm não passa, pois um dos lados do orifício é igual a 2 cm, isto é, menor que o seu diâmetro.
IV. O paralelepípedo passa. Para isso acontecer, bastar encaixar no orifício a face de medida 2 cm x 3 cm. Veja que a outra dimensão é igual 4 cm, menor que a altura da caixa (5 cm).
V. O cilindro passa, pois possui altura igual a 3 cm e diâmetro da base 2 cm, dimensões também do orifício.

---

06. Num determinado bairro há duas empresas de ônibus, ANDABEM e BOMPASSEIO, que fazem o trajeto levando e trazendo passageiros do subúrbio ao centro da cidade. Um ônibus de cada uma dessas empresas parte do terminal a cada 30 minutos, nos horários indicados na tabela.

Horário dos ônibus	
ANDABEM	BOMPASSEIO
...	...
6h00min	6h10min
6h30min	6h40min
7h00min	7h10min
7h30min	7h40min
...	...

Carlos mora próximo ao terminal de ônibus e trabalha na cidade. Como não tem hora certa para chegar ao trabalho e nem preferência por qualquer das empresas, toma sempre o primeiro ônibus que sai do terminal. Nessa situação, pode-se afirmar que a probabilidade de Carlos viajar num ônibus da empresa ANDABEM é

a) um quarto da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
b) um terço da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
c) metade da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
d) duas vezes maior do que a probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
e) três vezes maior do que a probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO

Resolução

Se Carlos chegar no terminal logo depois das 6 horas, ele pegará o ônibus da empresa BOMPASSEIO às 6 h e 10 minutos (período máximo de espera é 10 minutos). No entanto, se chegar logo depois das 6 h e 10 min, pegará o ônibus da empresa ANDABEM às 6 h e 30min (período máximo de espera é 20 minutos).

Esta situação se repete a cada meia hora. Assim pegar o ônibus da empresa BOMPASSEIO requer esperar no máximo 10 min, enquanto que da empresa ANDA BEM é no máximo 20 min. Assim, a probabilidade de que Carlos pegue o ônibus da empresa ANDABEM e o dobro da BOMPASSEIO.

---

07. Nas últimas eleições presidenciais de um determinado país, onde 9% dos eleitores votaram em branco e 11% anularam o voto, o vencedor obteve 51% dos votos válidos. Não são considerados válidos os votos em brancos e nulos. Pode-se afirmar que o vencedor, de fato, obteve de todos os eleitores um percentual de votos da ordem de
a) 38%
b) 41%
c) 44%
d) 47%
e) 50%

Resolução

Votos não válidos = 9% (branco) + 11% (nulos) = 20%.
Assim sendo, temos: 100% - 20% = 80% dos votos válidos.
O vencedor teve 51% dos votos válidos.
Logo, 0,51.0,80 = 0,408 ou 41%, aproximadamente.

---

08. Em um colégio, 40% da arrecadação das mensalidades correspondem ao pagamento dos salários dos seus professores. A metade dos alunos desse colégio é de estudantes carentes, que pagam mensalidades reduzidas. O diretor propôs um aumento de 5% nas mensalidades de todos os alunos para cobrir os gastos gerados por reajuste de 5% na folha de pagamento dos professores. A associação de pais e mestres concorda com o aumento nas mensalidadesO , mas não com o índice proposto.

Pode-se afirmar que
a) o diretor fez um cálculo incorreto e o reajuste proposto nas mensalidades não é suficiente para cobrir os gastos adicionais.
b) o diretor fez os cálculos corretamente e o reajuste nas mensalidades que ele propõe cobrirá exatamente os gastos adicionais.
c) a associação está correta em não concordar com o índice proposto pelo diretor, pois a arrecadação adicional baseada nesse índice superaria em muito os gastos adicionais.
d) a associação, ao recusar o índice de reajuste proposto pelo diretor, não levou em conta o fato de alunos carentes pagarem mensalidades reduzidas.
e) o diretor deveria ter proposto um reajuste maior nas mensalidades, baseado no fato de que a metade dos alunos paga mensalidades reduzidas.

Resolução

O aumento de 5% nos salários dos professores deve ser considerado em relação ao total arrecadado para este pagamento, que é de 40%. Aplicando 5% sobre 40% temos:

0,05.0,40 = 0,02, ou seja, 2%.

Logo, o aumento das mensalidades deve ser de 2% e não 5%, como proposto pelo diretor.

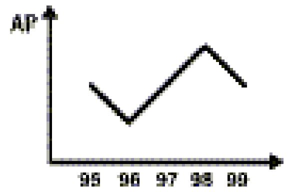
Analisando as opções, verificamos que a resposta correta é a letra C.

09. O quadro apresenta a produção de algodão de uma cooperativa de agricultores entre 1995 e 1999.

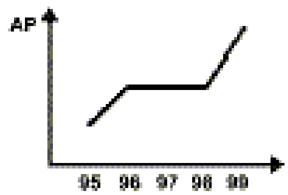
	Safra				
	1995	1996	1997	1998	1999
Produção (em mil toneladas)	30	40	50	60	80
Produtividade (em kg/hectare)	1.500	2.500	2.500	2.500	4.000

O gráfico que melhor representa a área plantada (AP) no período considerado é:

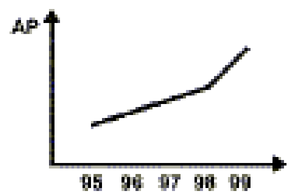
a)



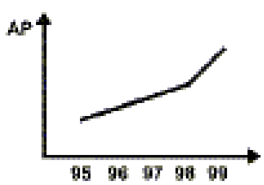
b)



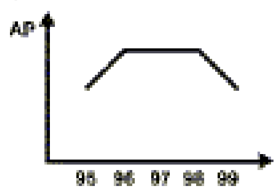
c)



d)



e)



Resolução

Vamos determinar a quantidade de hectares plantados com algodão dividindo a produção (em 1.000 kg) pela produtividade (kg/hectare).

$$1995 \rightarrow \frac{30000}{1500} = 20 \text{ hectares}$$
$$1996 \rightarrow \frac{40000}{2500} = 16 \text{ hectares}$$
$$1997 \rightarrow \frac{50000}{2500} = 20 \text{ hectares}$$
$$1998 \rightarrow \frac{60000}{2500} = 24 \text{ hectares}$$
$$1999 \rightarrow \frac{80000}{4000} = 20 \text{ hectares}$$

Assim sendo, o gráfico é decrescente entre 95 e 96 (a produtividade decresce de 20 para 16 hectares), crescente de 96 a 98 (de 16 hectares para 20 e depois 24) e decresce entre 98 e 99 (de 24 para 20 hectares). O gráfico que melhor representa isto é o da letra A.