Testes de Fatoração

01. A fatoração mais completa da expressão $3x^3 - 3x^2$ é
a) $3x^2(x - 1)$
b) $3(x^3 - x^2)$
c) $x^2(3x - 3)$
d) $3x(x^2 - x)$

Resolução:

Colocamos $3x^2$ em evidência: $3x^3 - 3x^2 = 3x^2(x - 1)$

Letra A

---

02. (UNAMA) Simplificando a expressão $\dfrac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$, com $x \neq 3$, obtém-se:

a) $\dfrac{x + 3}{x - 3}$

b) $-\dfrac{x + 3}{x - 3}$

c) $\dfrac{3 - x}{x + 3}$

d) $\dfrac{x - 3}{x + 3}$

Resolução:

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} = \frac{(x - 3).(x + 3)}{(x - 3)^2} = \frac{(x - 3).(x + 3)}{(x - 3).(x - 3)} = \frac{x + 3}{x - 3}$$

Letra A

---

03. (UFSM) A expressão $\dfrac{x^2 - a^2}{x^2 - 2ax + a^2}$, com $x \neq a$, é equivalente a:

a) $\dfrac{1}{x - a}$

b) $\dfrac{1}{x + a}$

c) 1

d) $\dfrac{x - a}{x + a}$

e) $\dfrac{x + a}{x - a}$

Resolução:

$$\frac{x^2 - a^2}{x^2 - 2ax + a^2} = \frac{(x - a).(x + a)}{(x - a)^2} = \frac{(x - a).(x + a)}{(x - a).(x - a)} = \frac{x + a}{x - a}$$

Letra E

---

04. (PUC) Se a e b são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de *ab* é:
a) 7
b) 10
c) 30
d) 37
e) 40

Resolução:

$a^2b - ab^2 = 210 \rightarrow ab(a - b) = 210$

Temos $a - b = 7$. Logo: $ab(a - b) = 210 \rightarrow ab(7) = 210 \rightarrow ab = 30$

Letra C

---

05. (ECPA) A expressão $\dfrac{a^{-4} - b^{-4}}{a^{-2} - b^{-2}}$ com $a \neq 0$ e $a \neq \pm b$ é idêntica a

a) $\dfrac{a^2 + b^2}{a^2}$

b) $\dfrac{a^2 + b^2}{a^2.b^2}$

c) $a^{-2} - b^{-2}$

d) $a^2 + b^2$

e) $a^{-6} - b^{-6}$

Resolução:

$$\frac{a^{-4} - b^{-4}}{a^{-2} - b^{-2}} = \frac{\left(a^{-2} - b^{-2}\right).\left(a^{-2} + b^{-2}\right)}{a^{-2} - b^{-2}} = a^{-2} + b^{-2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{b^2 + a^2}{a^2.b^2}$$

Letra B

---

06. Se $a = 0,1$ e $b = 0,2$, o valor da expressão $\dfrac{a^2b^2 - a^3b}{b^2 - a^2}$ é:

a) 1/300

b) 1/150

c) 1/100

d) 1/75

e) 1/200

Resolução:

Temos: $a = 0,1 = \dfrac{1}{10}$ e $b = 0,2 = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

$$\frac{a^2b^2 - a^3b}{b^2 - a^2} = \frac{a^2b(b - a)}{(b - a)(b + a)} = \frac{a^2b}{b + a}$$

Vamos agora substituir os valores de a e b na fração algébrica

$$\frac{a^2b}{b + a} = \frac{\left(\frac{1}{10}\right)^2.\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{100}.\frac{1}{5}}{\frac{2 + 1}{10}} = \frac{\frac{1}{500}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{500}.\frac{10}{3} = \frac{1}{150}$$

Letra B

---

07. (FAMECA) Simplificando o radical $\sqrt{\dfrac{3^{13} + 3^{12}}{2^5 : 2^3}}$, obtém-se:

a) $\dfrac{243}{2}$

b) $\dfrac{81}{2}$

c) 729

d) 243

e) $\dfrac{729}{2}$

Resolução:

$$\sqrt{\frac{3^{13} + 3^{12}}{2^5 : 2^3}} = \sqrt{\frac{3^{12}(3 + 1)}{2^{5-3}}} = \sqrt{\frac{3^{12}.4}{2^2}} = \sqrt{\frac{3^{12}.4}{4}} = \sqrt{3^{12}} = 3^6 = 729$$

Letra B

08. (PUC) O valor da expressão $\left(\dfrac{\sqrt{4+\sqrt{7}}}{6}\right).\left(\dfrac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{3/2}\right)$ é:

a) 1/3
b) –1/3
c) 1
d) –1
e) $\sqrt{7}$

Resolução:

$$\left(\frac{\sqrt{4+\sqrt{7}}}{6}\right).\left(\frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{3/2}\right)=\frac{\sqrt{4+\sqrt{7}}.\sqrt{4-\sqrt{7}}}{6.\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{\left(4+\sqrt{7}\right).\left(4-\sqrt{7}\right)}}{9}$$

$$\frac{\sqrt{4^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}}{9}=\frac{\sqrt{16-7}}{9}=\frac{\sqrt{9}}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

Letra A

---

09. (UCP) A expressão $\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}+\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ é equivalente a:

a) $-2\sqrt{2}$
b) $2\sqrt{2}$
c) $\sqrt{2}$
d) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\dfrac{-2}{\sqrt{2}}$

Resolução:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}}+\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}}+\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}}+\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}}$$

$$\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}{2-1}}+\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{2-1}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}{1}}+\sqrt{\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{1}}=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=\left(\sqrt{2}+1\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)=2\sqrt{2}$$

Letra B

---

10. (PEIES) Sendo a, b $\in \mathbb{R}$ com $a\neq 0$, $b\neq 0$ e a + b ≠ 0, a expressão $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}$ é equivalente a

a) $\dfrac{b-a}{ab}$
b) $\dfrac{ab}{a+b}$
c) $(a + b)^{-1}$
d) $\dfrac{a^2-b^2}{a+b}$
e) $\dfrac{a+b}{ab}$

Resolução:

$$\frac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}=\frac{\left(a^{-1}-b^{-1}\right)\left(a^{-1}+b^{-1}\right)}{a^{-1}+b^{-1}}=a^{-1}-b^{-1}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}$$

Letra A

11. (UNIFRA-INV) A expressão $\frac{6x^2 - x - 2}{2x^2 + 3x + 1}$, com $x \neq -\frac{1}{2}$, após ser simplificada, é equivalente à expressão

a) $\frac{3x - 2}{x - 1}$.

b) $\frac{3x - 2}{x + 1}$.

c) $\frac{3x + 2}{x + 1}$.

d) $\frac{3x + 2}{2x + 1}$.

e) $\frac{3x - 2}{2x - 1}$.

Resolução:

Lembrando que o trinômio do 2º grau é fatorado dessa forma: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são as raízes, que podem ser determinadas pela fórmula Baskara.
Fatorando: $6x^2 - x - 2 = 6(x + 1/2)(x - 2/3)$, onde $-1/2$ e $2/3$ são as raízes do trinômio do 2º grau.
$2x^2 + 3x + 1 = 2(x + 1/2)(x + 1)$ onde $-1/2$ e -1 são as raízes do trinômio do 2º grau.

$$\frac{6x^2 - x - 2}{2x^2 + 3x + 1} = \frac{6(x + 1/2)(x - 2/3)}{2(x + 1/2)(x + 1)} = \frac{3(x - 2/3)}{(x + 1)} = \frac{3x - 2}{x + 1}$$

Letra B

---

12. (FUVEST) A igualdade correta para quaisquer a e b, números reais maiores do que zero, é

a) $\sqrt[3]{a^3 + b^3} = a + b$

b) $\frac{1}{a - \sqrt{a^2 + b^2}} = -\frac{1}{b}$

c) $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 = a - b$

d) $\frac{1}{a + b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

e) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = a - b$

Resolução:

A única verdadeira é a letra E, pois ali temos uma diferença de dois cubos: $a^3 - b^3 = (a - b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(a - b)\left(a^2 + ab + b^2\right)}{a^2 + ab + b^2} = a - b$$

Letra E