Prova da Unifra – 2017 – inverno - resolvida

01.

No restaurante, temos 2 garrafas de mesmo volume, mas com concentrações da bebida diferentes. Na garrafa 1, temos a proporção de água e suco de uva 3:2, enquanto, na garrafa 2, essa proporção é 8:2. Ao misturarmos todo o conteúdo das duas garrafas em outra garrafa maior, a proporção entre a água e o suco de uva, nessa garrafa, é de:
a) 2:1
b) 5:2
c) 7:3
d) 11:4
e) 12:5

Resolução

I. Na primeira garrafa:

$$\frac{\text{água}}{\text{suco}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{\text{água}}{(\text{água} + \text{suco})} = \frac{3}{(3+2)} \rightarrow \frac{\text{água}}{G} = \frac{3}{5}$$

$$\text{água} = \frac{3}{5}G \quad \text{e} \quad \text{suco} = \frac{2}{5}G$$

Veja que G = água + suco (volume total da garrafa)

II. Na segunda garrafa:

$$\frac{\text{água}}{\text{suco}} = \frac{8}{2} \rightarrow \frac{\text{água}}{(\text{água} + \text{suco})} = \frac{8}{(8+2)} \rightarrow \frac{\text{água}}{G} = \frac{8}{10}$$

$$\text{água} = \frac{8}{10}G \quad \text{e} \quad \text{suco} = \frac{2}{10}G$$

III. Juntando-se as duas garrafas, temos:

$$\frac{\text{água}}{\text{suco}} = \frac{\frac{3}{5}G + \frac{8}{10}G}{\frac{2}{5}G + \frac{2}{10}G} = \frac{\frac{6G + 8g}{10}}{\frac{4G + 2G}{10}} = \frac{\frac{14G}{10}}{\frac{6G}{10}} = \frac{14G}{6G} = \frac{7}{3} \text{ ou } 7:3$$

02. O restaurante quer fazer propaganda diária na TV e pretende atingir no mínimo 70.000 pessoas na cidade de Santa Maria. O setor comercial da TV vende somente pacotes com o número de inserções sendo múltiplos de 10, ou seja, 10 ou 20 ou 30 inserções, e assim por diante. Foi mostrado ao anunciante um modelo matemático **$y(t) = 1 + 3.(1,1)^t$**, onde t representa o número de inserções da propaganda na TV e y, em milhares de pessoas, o número de pessoas que ficam conhecendo o produto, no caso, o restaurante. Para atingir o objetivo proposto, o restaurante deve fechar com a TV um pacote de
(Dados: log 1,1 = 0,04, log 3 = 0,48 e log 69 = 1,84).
a) 10 inserções.
b) 20 inserções.
c) 30 inserções.
d) 40 inserções.
e) 50 inserções.

Resolução

Veja que no modelo apresentado $y(t) = 1 + 3.(1,1)^t$, y(t) é o número de pessoas, em milhares, e t é o número de inserções.

Assim: $70 = 1 + 3.(1,1)^t \rightarrow 70 - 1 = 3.(1,1)^t \rightarrow 69 = 3(1,1)^t$

$\frac{69}{3} = (1,1)^t \rightarrow$ aplicamos logaritmo decimal em ambos os membros. Logo:

$\log\frac{69}{3} = \log(1,1)^t \rightarrow \log 69 - \log 3 = t.\log 1,1$

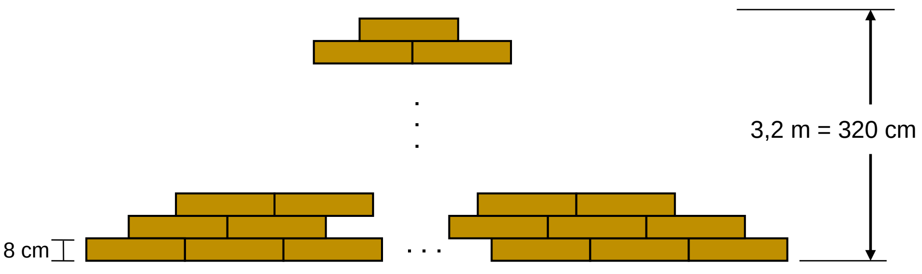
Como log 1,1 = 0,04, log 3 = 0,48 e log 69 = 1,84, temos:

$1,84 - 0,48 = t.0,04 \rightarrow 1,36 = t.0,04 \rightarrow t = \frac{1,36}{0,04} = 34$

Como t é múltiplo de 10, o restaurante deve fechar com a TV um pacote de **40 inserções**.

03. Na reforma da entrada do restaurante, um pedreiro constrói uma parede de forma triangular, diminui 1 tijolo a cada fileira de baixo para cima e termina a última fileira com apenas 1 tijolo. A altura de cada tijolo é de 8 cm e a parede de forma triangular deve ter 3,2 m de altura. O número total de tijolos que o pedreiro necessita para realizar essa obra é
a) 240.
b) 320.
c) 440.
d) 610.
e) 820.

Resolução



Como a altura total da parede é 320 cm e cada tijolo mede 8 cm, teremos $\frac{320}{8} = 40$ fileiras.

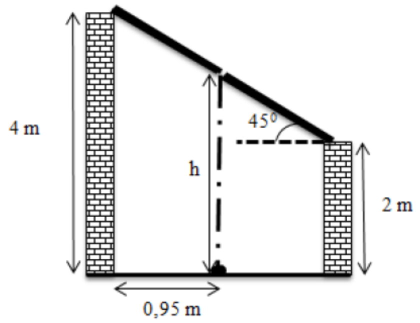
Na pimeira fileira: x tijolos
Na segunda fileira: x – 1 tijolos
Na terceira fileira: x – 2 tijolos
E assim até a 40ª fileira, onde teremos 1 tijolo.

Logo, temos uma P.A.:
r = –1
$a_1 = x$
$a_n = 1.$
n = 40

Assim: $a_n = a_1 + (n - 1).r \rightarrow 1 = x + (40 - 1).(-1) \rightarrow 1 = x - 39 \rightarrow x = 40$

Somando, temos: $S_n = \left(\dfrac{a_1 + a_n}{2}\right).n \rightarrow S_n = \left(\dfrac{40 + 1}{2}\right).40 = 41.20 = 820$

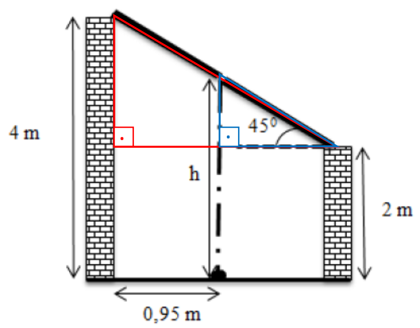
04. Uma telha, na entrada do restaurante, quebrou. Em dias chuvosos, uma goteira produz no chão, embaixo da telha quebrada, uma pequena poça d'água, a 0,95 m de uma das paredes da entrada do restaurante, conforme mostra a figura abaixo.



Desconsiderando a espessura do telhado, a altura (h), em metros, da telha quebrada ao chão é
a) 3,05.
b) 3,10.
c) 3,15.
d) 3,20.
e) 3,25.

Resolução

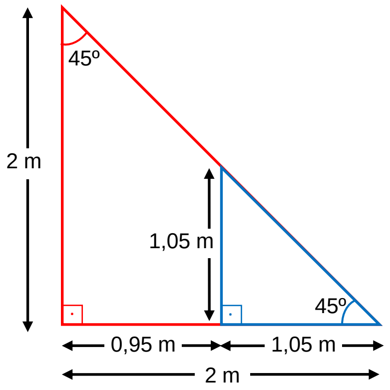
A figura dada na prova aparece fora de proporção:



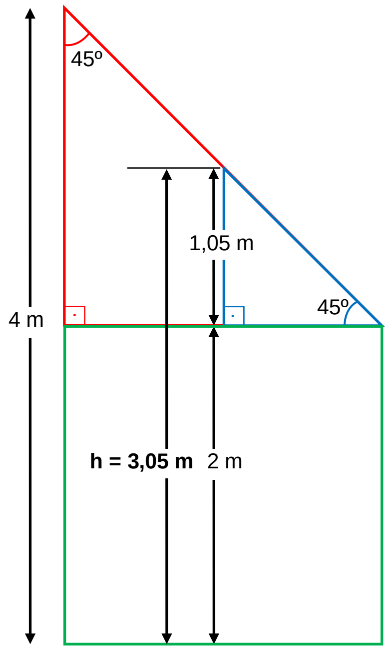
Abaixo, temos a figura na proporção correta.

Lembre:
→ num triângulo, a soma dos três ângulos internos vale 180º.
→ um triângulo que possui dois ângulos internos iguais, também terá 2 lados iguais (triângulo isósceles). É o nosso caso.

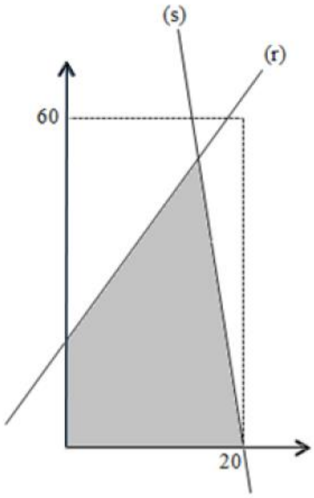
Temos dois triângulos isósceles semelhantes. Nem precisamos aplicar alguma razão trigonométrica.
Veja abaixo:



A altura h pedida é igual a 2 + 1,05 = 3,05 m



05. O restaurante foi construído em um terreno com as dimensões 20 m de frente por 60 m de fundo. Na figura, os eixos coordenados e as retas r: 2x – y + 16 = 0 e s: –6x – y + 120 = 0 representam as delimitações da área construída como mostra a figura abaixo.

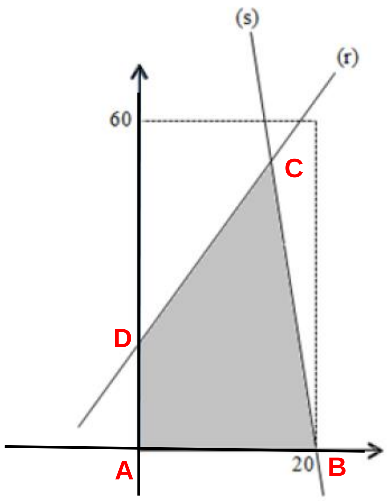


A área construída do restaurante (área hachurada), em relação à área do terreno, representa aproximadamente

a) 40%.
b) 42%.
c) 44%.
d) 46%.
e) 48%.

Resolução

Vamos determinar os pontos A, B, C e D.



Os pontos A e B é só retirar do gráfico.
A(0, 0) e B(20, 0)
Para descobrir o ponto C, que a interseção das retas r e s, teremos que resolver o sistema formadas pelas respectivas equações.

r: $2x - y + 16 = 0$
s: $-6x - y + 120 = 0$ x(-1)

$$\begin{cases} 2x - \cancel{y} = -16 \\ 6x + \cancel{y} = 120 \end{cases}$$
$$8x = 104 \quad \rightarrow \quad x = 13$$

Substituindo x por 13 na primeira equação, temos:
$2.13 - y = -16 \quad \rightarrow \quad -y = -16 - 26 \quad \rightarrow \quad y = 42$
Assim: C(13, 42)

O ponto D possui x = 0. Substituindo na equação da reta r, temos:
$2.0 - y + 16 = 0 \quad \rightarrow \quad y = 16.$
Assim: D(0, 16)

Vamos calcular a área do quadrilátero ABCD.

$$A_{ABCD} = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 20 & 13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 42 & 16 & 0 \end{vmatrix} \right|.$$

Lembre que os pontos (vértices do triângulo) devem ser pegos consecutivamente.

Calculando:
$$A_{ABCD} = \left| \frac{1}{2}(0.0 + 20.42 + 13.16 + 0.0 - 20.0 - 13.0 - 0.36 - 0.16 \right|$$
$$A_{ABCD} = \left| \frac{1}{2}(840 + 208 \right| = 524$$

Agora vamos calcular a área retangular do terreno: $A_t = b.h = 20.60 = 1200$
Temos $A_{ABCD} = 524$ e $A_t = 1200$.

Para calcular a área construída do restaurante A_{ABCD}, em relação à área do terreno A_t, podemos utilizar uma regra de três ou:
$$\frac{A_{ABCD}}{A_t} = \frac{524}{1200} \cong 0{,}44 \text{ ou } 44\%.$$