UFN – 2018 - inverno

16. Um parque aquático disponibiliza para seus associados duas atividades esportivas: natação e hidroginástica. Foi realizada uma pesquisa com 400 sócios, sendo 65% mulheres e o restante homens, sobre a prática das atividades oferecidas. Analisando os resultados, verificou-se que, entre as mulheres, 15% praticam somente natação; 25%, apenas hidroginástica; e 10% não praticam qualquer das duas atividades. Em relação aos homens, verificou-se que 10% praticam apenas hidroginástica; 15% praticam natação e hidroginástica; e 20% não praticam qualquer das duas atividades.

De acordo com essas informações, assinale V (verdadeiro) ou F (falso) para as afirmativas abaixo.

( ) 50% das mulheres praticam natação e hidroginástica.

( ) Do total de entrevistados, mais de 20% praticam somente hidroginástica.

( ) Em relação aos entrevistados que praticam apenas natação, o número de homens é o dobro das mulheres.

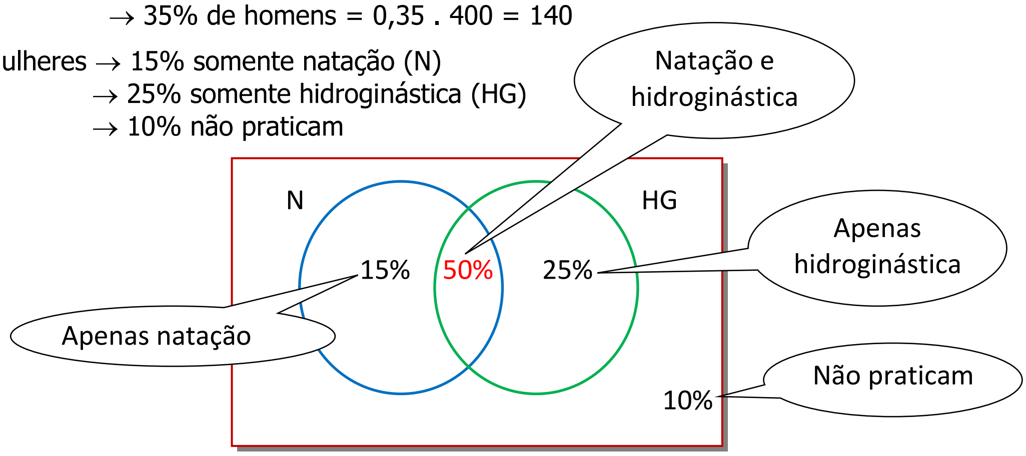
A sequência correta é

a) V - F - V.
b) F - V - F.
c) V - F - F.
d) F - F - V.
e) V - V - F.

Resolução:

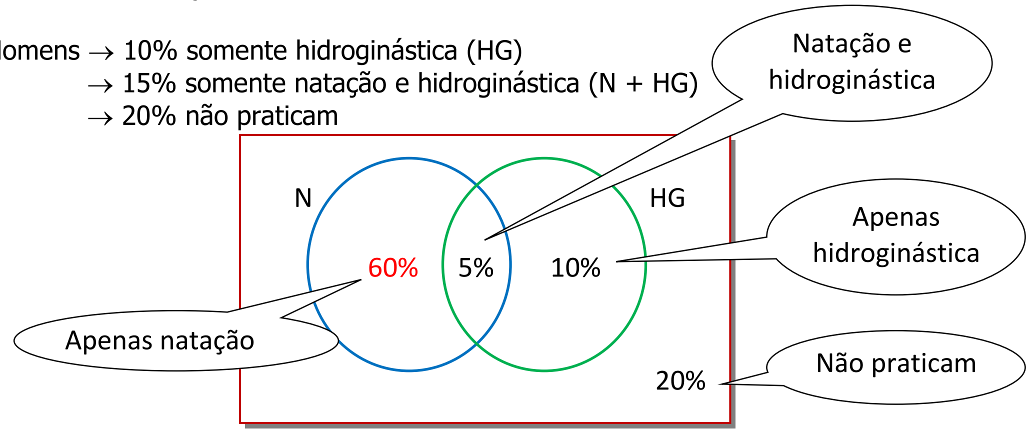
400 sócios → 65% de mulheres = 0,65 . 400 = 260
→ 35% de homens = 0,35 . 400 = 140

Mulheres → 15% somente natação (N)
→ 25% somente hidroginástica (HG)
→ 10% não praticam



Temos: 100% – (15% + 25% + 10%) = 50% praticam natação e hidroginástica.
1ª afirmação verdadeira.

Homens → 10% somente hidroginástica (HG)
→ 15% somente natação e hidroginástica (N + HG)
→ 20% não praticam



Temos: 100% – (5% + 15% + 20%) = 60% praticam apenas natação.

2ª afirmação: Apenas hidroginástica: 25% de mulheres (0,25 . 260 = 65) + 10% de homens (0,10 . 140 = 14). Assim: 65 + 14 = 79.
20% do total: 0,20 . 400 = 80.
Afirmação falsa, pois 79 praticam apenas hidroginástica.

3ª afirmação: Apenas natação: 15% de mulheres → 0,15 . 260 = 39
60% de mulheres → 0,60 . 140 = 84
Veja que 84 homens não é o dobro de 39 mulheres. É mais que o dobro.
Afirmação falsa.

17. A função que descreve o aquecimento da água de uma piscina, é dada por $T(t) = 20.(2)^{0,05t}$ onde, T(t) é a temperatura em graus Celsius em um certo instante de tempo (t) em horas. O tempo necessário para que a água da piscina atinja a temperatura de 32ºC é de aproximadamente: (Dados: log 2 = 0,30 e log 3 = 0,48).
a) 12 horas e 30 minutos.
b) 13 horas e 10 minutos.
c) 13 horas e 20 minutos.
d) 13 horas e 30 minutos.
e) 14 horas e 30 minutos.

Resolução:

Vamos substituir 32 no T(t):

$T(t) = 20.(2)^{0,05t} \rightarrow 32 = 20.(2)^{0,05t} \rightarrow \frac{32}{20} = 2^{0,05t} \rightarrow \frac{8}{5} = 2^{0,05t}$

Vamos aplicar logaritmo decimal em ambos os membros da equação exponencial:

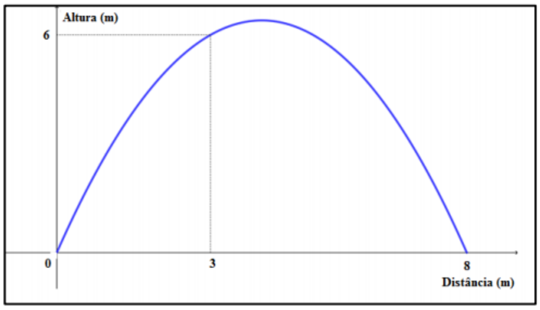
$\log\left(\frac{8}{5}\right) = \log 2^{0,05t} \rightarrow \log 8 - \log 5 = 0,05.t.\log 2 \rightarrow \log 2^3 - \log\left(\frac{10}{2}\right) = t.0,05.\log 2$

$3.\log 2 - (\log 10 - \log 2) = t.0,05.\log 2$

Substituindo log 2 por 0,3:
$3.0,3 - (1 - 0,3) = t.0,05.0,3 \rightarrow 0,9 - 0,7 = t.0,015 \rightarrow 0,2 = 0,015.t$

$t = \frac{0,2}{0,015} = \frac{200}{15} = 13,33...h = 13h\ 20min$

18. A trajetória de um jato d'água, que sai do bico de uma fonte, descreve uma trajetória parabólica atingindo uma distância de 8 metros, como demonstra a figura a seguir.



Considera-se que o bico da fonte está posicionado na origem do plano cartesiano. Além disso, sabe-se que a 3 metros de distância da origem a altura do jato d'água é 6 metros. Analise as seguintes afirmativas:

I. A altura máxima atingida pelo jato d'água é 6,5 metros.

II. A altura de 2,8 metros é atingida pelo jato d'água quando se tem uma distância de 1 metro e de 7 metros da origem.

III. Quando a distância da origem é 2 metros, a altura do jato d'água é inferior a 5 metros.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) apenas II e III.

Resolução:

Temos a função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, com y sendo a altura, em metros, do jato d'água, e x, a distância, em metros.

As raízes da função são 0 e 8. Logo, se temos uma raiz igual a zero, o valor do c = 0.

A soma das raízes é 0 + 8 = 8. Assim:

$$S = -\frac{b}{a} \rightarrow 8 = -\frac{b}{a} \rightarrow b = -8a$$

Temos o ponto (3, 6). Vamos substituir na função $y = ax^2 + bx + c$, fazendo $b = -8a$ e $c = 0$. Assim:

$$6 = a.3^2 + (-8a).3 + 0 \rightarrow 6 = 9a - 24a \rightarrow 6 = -15a \rightarrow a = -\frac{6}{15}$$

Como $b = -8a$, temos: $b = -8.\left(-\frac{6}{15}\right) \rightarrow b = \frac{48}{15}$

Logo, a função é $y = -\frac{6}{15}.x^2 + \frac{48}{15}.x$.

1ª afirmação:

Vamos calcular o y do vértice, que corresponde a altura máxima:

$$y_V = -\frac{\left(b^2 - 4ac\right)}{4a} = -\frac{\left[\left(\frac{48}{25}\right)^2 - 4.\left(\frac{-6}{15}\right).0\right]}{4.\left(\frac{-6}{15}\right)} = -\frac{\frac{2304}{225}}{-\frac{24}{15}} = \frac{2304}{360} = 6,4\,m.$$

Logo, a afirmação está errada.

2ª afirmação:

$$x = 1 \rightarrow y = -\frac{6}{15}.1^2 + \frac{48}{15}.1 = \frac{-6+48}{15} = \frac{42}{15} = 2,8\ m$$

Como x = 1 e x = 7 estão a uma distância das raízes, podemos afirmar que com x = 7, também temos a altura do jato d'água com 2,8 metros.

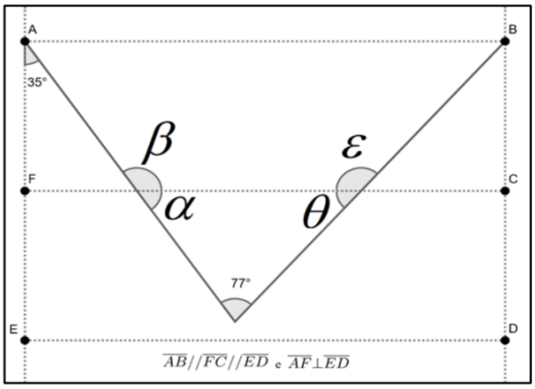
Logo, a afirmação está correta.

3ª afirmação:

$$x = 2 \rightarrow y = -\frac{6}{15}.2^2 + \frac{48}{15}.2 = \frac{-24+96}{15} = \frac{72}{15} = 4,8\ m$$

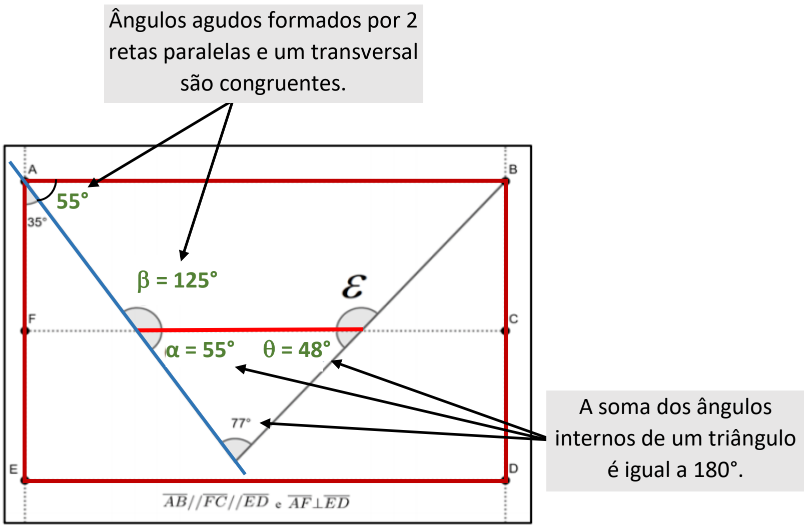
Logo, a afirmação está correta, pois 4,8 m é inferior a 5 metros.

19. A falta de água potável é cada dia maior. Diante desse grave problema, que atinge a todos, é necessário o uso consciente da água. Uma das formas de evitar sua redução de forma drástica é o aproveitamento da água das chuvas. Sendo assim, um parque aquático instalou calhas para coletar a água da chuva dos telhados. A seção transversal da calha é representada na figura a seguir.



Com as condições apresentadas na figura, a soma dos ângulos β e θ é igual a
a) 163º.
b) 173º.
c) 175º.
d) 178º.
e) 180º.

Resolução:

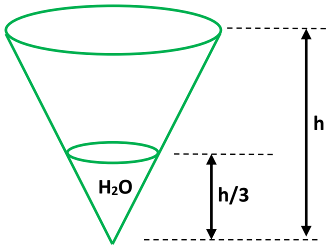


Logo, a soma de β = 125° e θ = 48° é: 125° + 48° = 173°.

20. Para armazenar a água das chuvas foi construída uma cisterna no formato de um cone circular reto de altura h (metros), com vértice para baixo e com eixo vertical. A capacidade total da cisterna é de 13 500 litros. Quando o nível está em *h*/3, qual o volume de água disponível na cisterna?
a) 500 litros.
b) 1 500 litros.
c) 2 250 litros.
d) 4 500 litros.
e) 6 750 litros.

Resolução:

13500 litros $\rightarrow$ volume do cone maior (cisterna)
V $\rightarrow$ volume do cone menor (H_2O)
h $\rightarrow$ altura do cone maior
h/3 $\rightarrow$ altura do cone menor



Aplicando a razão entre os volumes dos cones (maior e menor), temos:

$$\frac{13500}{V} = \left(\frac{h}{h/3}\right)^3 \rightarrow \frac{13500}{V} = 3^3 \rightarrow \frac{13500}{V} = 27$$

$$V = \frac{13500}{27} = 500 \text{ litros.}$$